

## VPLYV VYBRANÝCH FAKTOROV NA STABILITU PRÚTOV Z DTD NAMÁHANÝCH NA VZPER. ČASŤ 2. PROFIL HUSTOTY

### INFLUENCE OF SELECTED FACTORS ON STABILITY OF PARTICLE- BOARD COLUMNS LOADED IN BUCKLING. PART 2. DENSITY PROFILE

Jozef Kúdela – Vilém Štefka

#### ABSTRACT

We carried out experiments to study the loss of stability under load in buckling for beams made from wood-particle boards differing in density profile. We have determined the critical stress value over the range of short and medium beams made from boards with two different thicknesses and three different density profiles. It has been shown that density profile influenced the critical stress values and, consequently, the stability of the examined beams. The most stable were the beams with the steepest density profile, the lowest stability was observed in beams with the moderate profile. We verified the suitability of the used models for calculation of critical stress dependence on slenderness ratio for various density profiles. The Rankine-Gordon equation has been confirmed as a suitable tool for critical stress calculation.

**Keywords:** buckling, critical stress, particle boards, density profile, Rankine-Gordon equation

#### ÚVOD

Pre konštrukčný prvok namáhaný na vzper je dôležité, aby nedošlo k jeho vybočeniu, t.j. ku strate stability. Teória vzperu je popísaná v príslušnej literatúre (SERVÍT *et al.* 1981, BODIG a JAYNE 1982, GERE a TIMOSHENKO 1984, KAISER *et al.* 1990). Ako vyplýva z citovaných prác, stabilita prúta namáhaného na vzper je ovplyvňovaná celým radom faktorov (štíhlostný pomer, spôsob uloženia koncov prútoV, mechanické vlastnosti prvku, počiatočné zakrivenie, tvar priečného prierezu, excentricita zaťaženia, a pod.). Vplyvom týchto faktorov na stabilitu prútoV z drevných materiáloV sme sa zaoberali v našich predchádzajúcich prácach (HOVORKOVÁ a KÚDELA 2008, KÚDELA a HOVORKOVÁ 2008). V prípade drevných materiáloV je však potrebné uvažovať aj s ďalšími faktormi, ktoré vyplývajú z ich povahy (heterogenita štruktúry a vlastností po priereze prvku, vnútornú napätosť, vlhkosť, atď.). Uvedené faktory môžu významne ovplyvniť správanie sa týchto materiáloV pri danom spôsobe zaťaženia (KÚDELA a HOVORKOVÁ 2007).

Heterogenita štruktúry v namáhanom prúte má podľa MADSENA (1992) a PINSKEHO (2000) negatívny dopad na jeho stabilitu pri namáhaní na vzper. V prípade DTD túto heterogenitu spôsobuje v prvom rade nehomogénna skladba triesok v DTD vo vnútornej a v povrchových vrstvách, čo sa odráža na rozdielnej hustote po priereze dosky, t. j. na jej profile hustoty. Podľa PLATHA a SCHNITZLERA (1974) okrem rozdielnej skladby triesok sa na tvorbe profilu hustoty DTD podieľajú všetky stupne výrobného procesu.

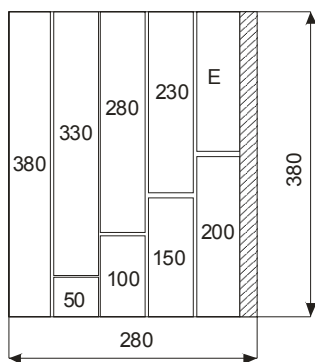
Profil hustoty DTD významne ovplyvňuje fyzikálne a mechanické vlastnosti (ŠTEFKA 1996) týchto dosiek. V práci KÚDELU a ŠTEFKU (2008) bolo ukázané, že profil hustoty má významný vplyv aj na stabilitu stredne dlhých prútov z DTD pri zaťažení na vzper s votknutým uložením ich koncov

Cieľom práce je experimentálne overiť správanie sa prútov z DTD s rôznym profilom hustoty pri zaťažení na vzper s kĺbovým a votknutým uložením ich koncov.

## MATERIÁL A METODIKA

Na experimentálne merania sme použili laboratórne vyrobené trojvrstvové DTD o hrúbke 12 a 16 mm. Na výrobu DTD sme použili priemyselne vyrobené triesky, ktoré nám poskytla Bučina a. s. Zvolen. Vlhkosť povrchových triesok bola 3 % a stredových triesok 2,5 %. Pomer povrchových triesok ku stredovým pri formovaní koberca v prípade DTD 12 mm bol 2 : 3 a u DTD 16 mm bol tento pomer 1 : 2. Ako spojivo sa použilo reaktívne UF lepidlo o sušine pre povrchy 55 % a stredy 65 %. Nános lepidla na povrchové triesky bol 10,5 % a na stredové 7,5 %. Do lepidla pre povrchové triesky bolo pridané priemyselné tvrdivo o koncentracii 50 % v množstve 2 % sušiny a pre stredové triesky 4 % sušiny. Navrstvený koberec bol predlisovaný v studenom lise s merným tlakom 0,12 MPa a následne drevotrieskový koberec bol lisovaný vo vyhrievacom lise pri mernom tlaku približne 6 MPa.

Pri lisovaní oboch hrúbok DTD sme zvolili tri doby uzatvárania lisu – 30, 80 a 130 s, čím sme dosiahli tri rozdielne profily hustoty. Profil A – strmý, B – stredný a C – mierny profil hustoty. Pri voľbe časov uzatvárania lisu sme vychádzali z práce ŠTEFKU (1998). Z každej varianty sme vyrobili po 8 kusov DTD o rozmeroch 400 × 300 mm × hrúbka h (mm), čo spolu predstavovalo 48 dosiek. Drevotriekové dosky sme oformátovali a rozmanipulovali na skúšobné telesá (obr. 1). Hrúbka skúšobných telies bola daná hrúbkou dosky. Šírka bola jednotná u všetkých telies – 50 mm. Dĺžka telies sa menila od 50 mm do 380 mm s odstupňovaním po 50 mm. Štíhlostný pomer  $\lambda$  telies o hrúbke 12 mm sa pohyboval v rozsahu 14–110 telies o hrúbke 16 mm štíhlostný pomer bol 11–82. Pri kĺbovom uložení sa štíhlostný pomer mierne predĺžil a pri votknutom uložení sa skrátil. Na základe výsledkov HOVORKOVEJ (2009) bola tak pokrytá oblasť krátkych a stredne dlhých prútov. V prípade kĺbového uloženia telies o hrúbke 12 mm čiastočne prechádzali prúty aj do oblasti dlhých prútov.



Obr. 1 Schematické znázornenie rozmanipulovania DTD na skúšobné telesá  
Fig. 1 Layout for preparing test specimens from particle boards

Skúšobné telesá po klimatizácii približne na 8% vlhkosť boli centricky zaťažované na tlak v smere roviny dosky až do straty stability. Kritické napätie sme počítali podľa rovnice

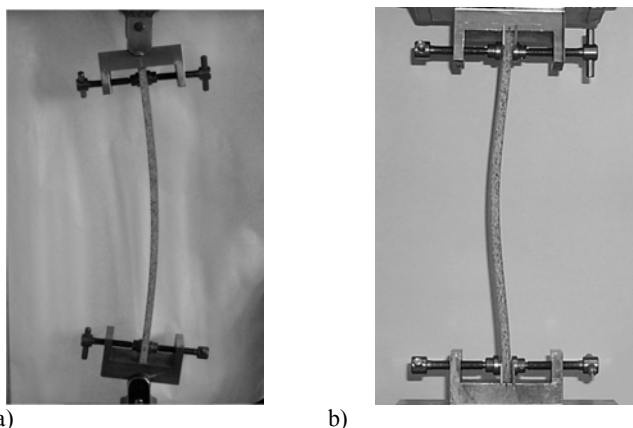
$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{S}, \quad (1)$$

kde  $F_{kr}$  je kritická sila, po prekročení ktorej prút stratil stabilitu, a  $S$  je zaťažovaná plocha telesa.

Použili sme dva typy uloženia koncov prúta – obojstranné klbové uloženie (valcové klby) a obojstranné votknutie (obr. 2).

Profil hustoty sme zisťovali meraním zoslabenia  $\gamma$  žiarenia rádioizotopu  $Am^{241}$  po prechode cez materiál podľa metodiky popísanej v práci BAHÝLA (1992).

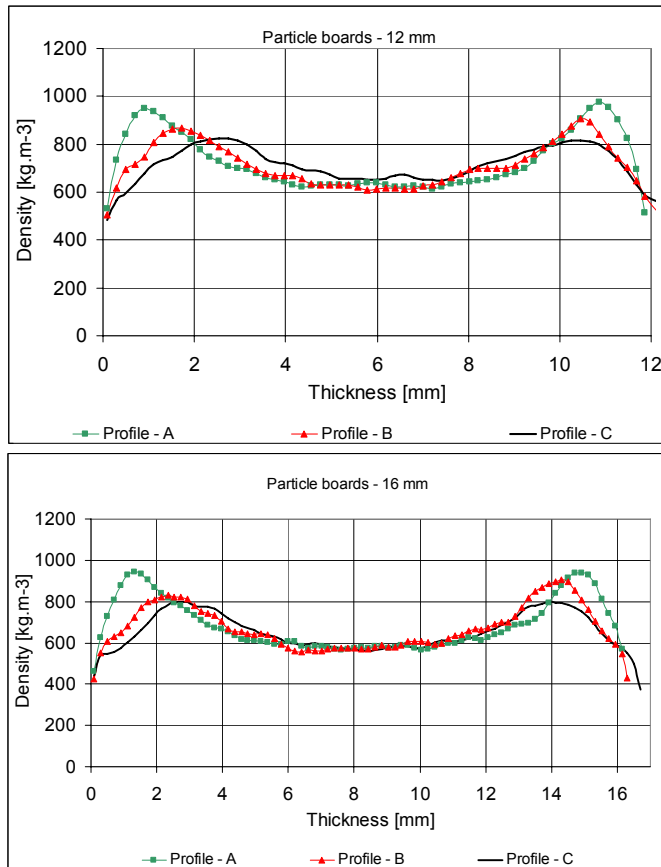
Ďalšie potrebné vlastnosti ako vlhkosť, hustotu, modul pružnosti a medzu pevnosti v tlaku rovnobežne s rovinou dosky, sme zisťovali podľa bežne zaužívaných postupov uvedených v STN .



Obr. 2 Zaťaženie skúšobného telesa na vzper, a) klbové uloženie, b) votknuté uloženie  
Fig. 2 Test specimen loaded in buckling, a) pinned ending, b) fixed ending

## VÝSLEDKY A DISKUSIA

Výsledky profilov hustoty testovaných DTD sú znázornené na obr. 3. Ako vidieť z obr. 3, rýchlosť uzatvárania lisu má významný vplyv na profil hustoty. Pri najkratšom čase uzatvárania lisu (30 s), hustota na povrchu DTD o hrúbke 12 mm bola  $500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , v povrchových vrstvách smerom do stredu DTD hustota prudko rástla do hĺbky približne 1 mm, kde dosiahla maximálnu hodnotu (približne  $970 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ). Od tejto hranice hustota klesala smerom do stredu. V strede dosky bola hustota približne  $610 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .



**Obr. 3** Profily hustoty DTD (A – strmý profil, B – stredný profil, C – mierny profil)  
**Fig. 3** Density profile of particle boards (A – the steepest profile, B – medium-steep profile, C – moderate profile)

Predlžovaním času uzatvárania lisu nárast hustoty v povrchových vrstvách bol pomalší. Maximálna hustota sa dosiahla približne 2–2,5 mm od povrchu, pričom maximálne hodnoty hustoty boli nižšie ako v prvom prípade. Hustota v strede dosky nebola významne ovplyvnená rýchlosťou uzatvárania lisu. Rozdielne rozloženie profilov hustoty v DTD sa odrazilo aj na celkovej ich hustote (tab. 1). Ako vidieť z tab. 1 s predlžovaním doby uzatvárania lisu priemerná hustota dosák má klesajúci trend. To sa odrazilo aj na klesajúcich hodnotách medze pevnosti v tlaku rovnobežne s rovinou dosky. O module pružnosti sa to nedá jednoznačne povedať.

Podobný trend profilu hustoty bol pozorovaný aj v prípade DTD o hrúbke 16 mm. Priemerná hustota hrubších DTD dosiahnutá za tých istých podmienok lisovania bola nižšia (tab. 1) a hustotný profil bol výraznejší. Nižšia hustota DTD 16 mm sa odrazila aj na nižších hodnotách medze pevnosti a modulu pružnosti (tab. 1).

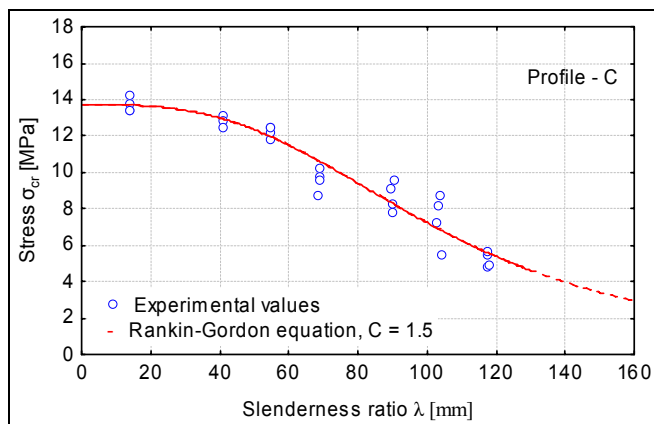
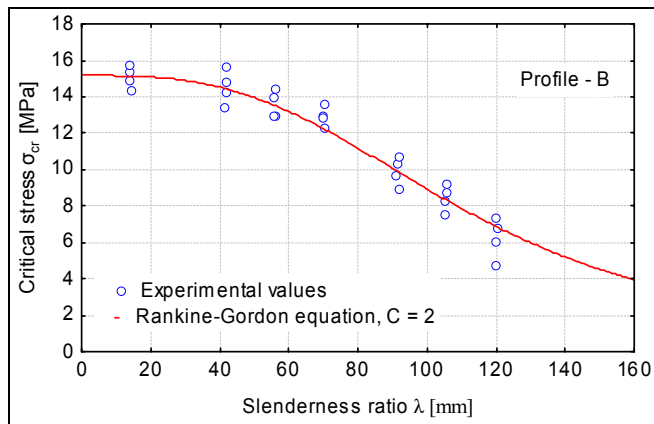
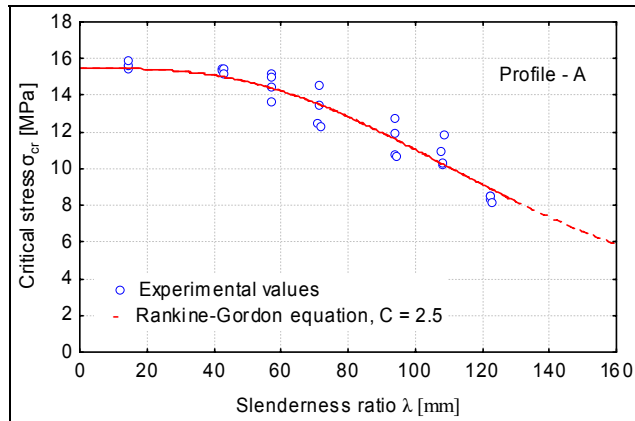
**Tab. 1 Základné štatistické charakteristiky sledovaných vlastností DTD**

**Tab. 1 Basic statistical characteristics of the evaluated properties particle boards**

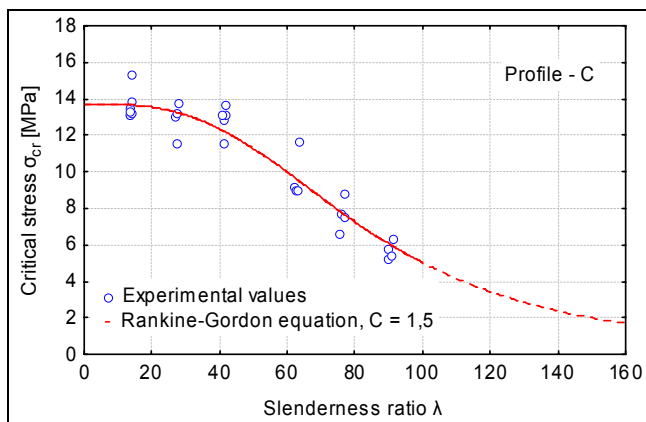
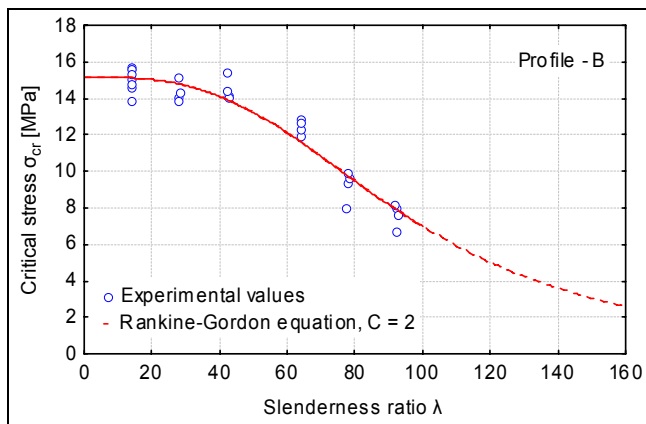
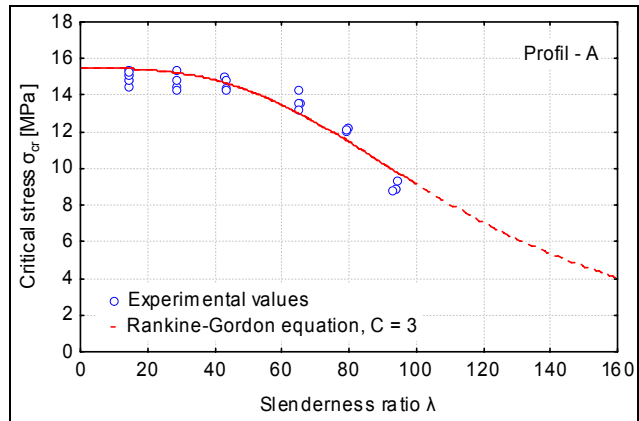
BASIC STATISTICAL CHARACTERISTICS	MOISTURE CONTENT $MC$ [%]	DENSITY $\rho$ [KG·M <sup>-3</sup> ]	STRENGTH LIMIT $\Sigma_{SL}$ [MPA]	MODULUS OF ELASTICITY $E$ [MPA]
<b>Particle board - 12 mm</b>				
Density profile – A				
$\bar{x}$	7.47	738.8	15.48	3657
s	0.07	25.4	0.24	926
n	16	56	16	8
Density profile – B				
$\bar{x}$	7.62	727.0	15.17	4264
s	0.06	24.4	0.42	1022
n	16	56	16	8
Density profile – C				
$\bar{x}$	7.79	711.4	13.73	3575
s	0.05	17.9	0.69	859
n	16	56	16	8
<b>Particle board – 16 mm</b>				
Density profile – A				
$\bar{x}$	7.54	694.0	14.16	2930
s	0.10	19.1	1.09	422
n	16	56	7.69	14.4
Density profile – B				
$\bar{x}$	7.79	711.38	12.48	2968
s	0.05	17.88	1.23	593
n	16	56	9.82	20.0
Density profile – C				
$\bar{x}$	7.86	677.1	11.82	2479
s	0.08	23.4	0.57	604
n	16	56	4.83	24.4

V tab. 1 sú tiež uvedené výsledky vlhkosti. Priemerná vlhkosť telies z jednotlivých súborov sa pohybovala od 7,47 do 7,86 %. Rozdiely vlhkosti telies z jednotlivých súborov sú veľmi malé a nemali významný vplyv na zmenu napät'ových charakteristík.

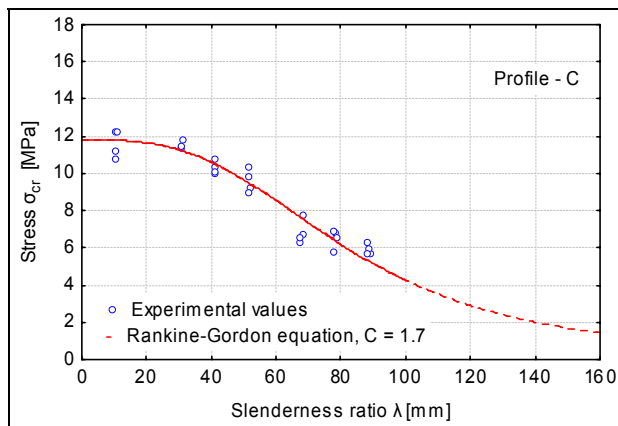
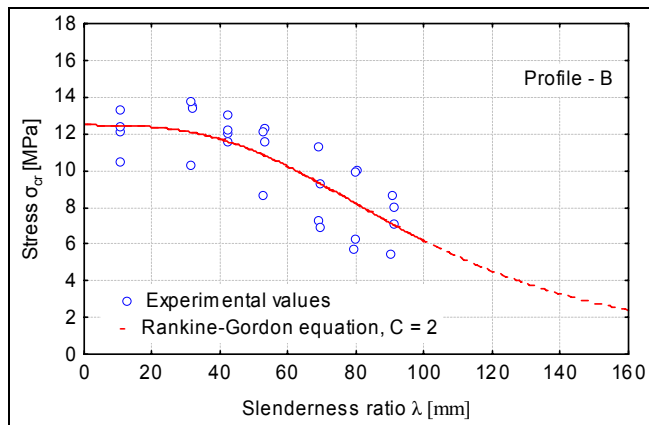
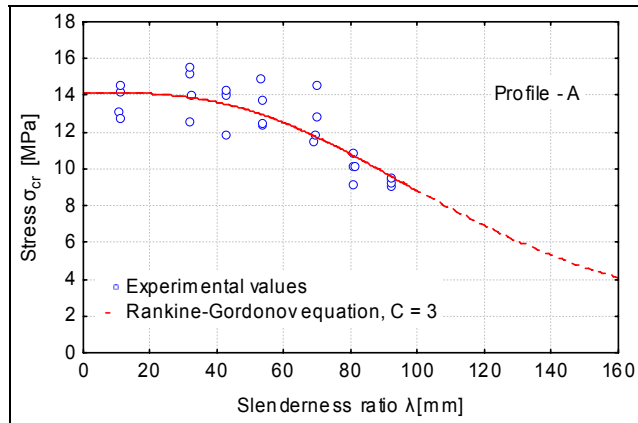
Experimentálne stanovené hodnoty kritického napätia  $\sigma_{kr}$  prútov s rôznym profilom hustoty a ich závislosť na štíhlostnom pomere sú znázornené na obr. 4 až 7. Pri vyhodnocovaní danej závislosti sme nerozlišovali oblasť krátkych, stredne dlhých a dlhých prútov.



**Obr. 4** Závislosť kritického napätia na štíhlostnom pomere 12 mm hrubých DTD s rôznym profilom hustoty – kĺbové uloženie  
**Fig. 4** Dependence of critical stress on slenderness ratio for 12 mm thick particle boards with different density profiles – pinned ending

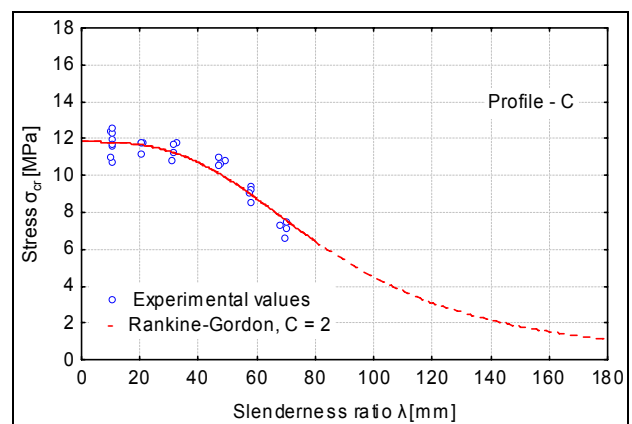
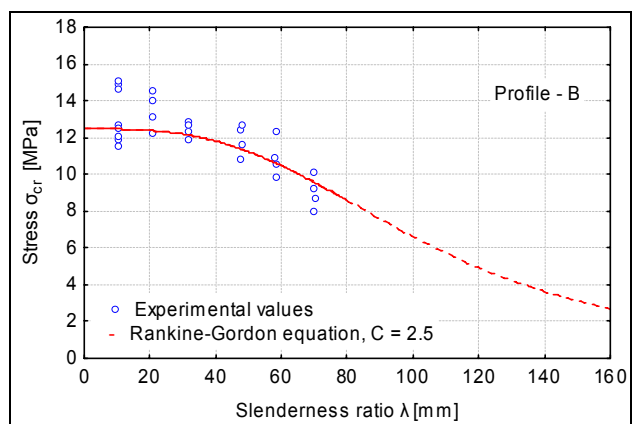
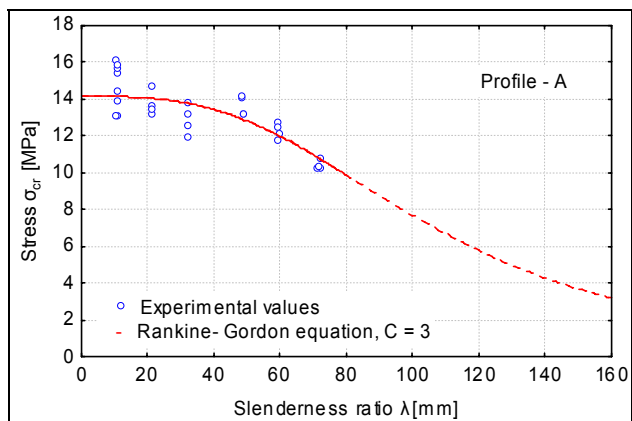


**Obr. 5 Závislosť kritického napätia na štíhlostnom pomere 12 mm hrubých DTD s rôznym profilom hustoty – votknuté konce**  
**Fig. 5 Dependence of critical stress on slenderness ratio for 12 mm thick particle boards with different density profiles – fixed ends**



**Obr. 6 Závislosť kritického napätia na štíhlostnom pomere 16 mm hrubých DTD s rôznym profilom hustoty – kĺbové uloženie**  
**Fig. 6 Dependence of critical stress on slenderness ratio for 16 mm thick particle boards with different density profiles – pinned ending**





**Obr. 7** Závislosť kritického napätia na štihlостnom pomere 16 mm hrubých DTD s rôznym profilom hustoty – votknuté konce  
**Fig. 7** Dependence of critical stress on slenderness ratio for 16 mm thick particle boards with different density profiles – fixed ends

Na popis závislosti kritického napätia prútov z DTD s rôznymi profilmi hustoty na štíhlostnom pomere sme použili kubickú Rankine-Gordonovu rovnicu

$$\sigma_{kr} = \frac{\sigma_p}{1 + \frac{\sigma_p}{CE_L} \cdot \frac{\lambda^3}{\pi^2 \lambda_M} - \frac{\lambda^3}{\lambda_M^3}}, \quad (2)$$

kde  $\sigma_p$  je medza pevnosti a  $E_L$  je modul pružnosti v tlaku rovnobežne s rovinou dosky,  $\lambda$  je štíhlostný pomer a  $\lambda_M$  je štíhlostný pomer na hranici stredne dlhých a dlhých prútov. Na základe výsledkov práce KÚDELU a HOVORKOVEJ (2008) pre všetky DTD  $\lambda_M$  sme použili hodnotu 100.

Ako vidieť z obr. 4 a 7, kritické napätie sa významne mení so zmenou štíhlostného pomeru. S rastúcim štíhlostným pomerom kritické napätie klesá. Danú závislosť dobre popisuje Rankine-Gordonova rovnica tak v prípade kĺbového ako aj votknutého uloženia koncov prúta. O tesnej korelácii svedčia aj vysoké indexy korelácie, ktoré sa v prípade DTD hrúbky 12 mm pohybovali v rozpätí 0,95–0,97 a u DTD hrúbky 16 mm sa indexy korelácie pohybovali v rozsahu 0,75–0,96. Väčší rozptyl hodnôt kritického napätia bol pozorovaný v prípade hrubších DTD. Vplyv štíhlostného pomeru bol podrobne popísaný v prvej časti práce (KÚDELA a HOVORKOVÁ 2008).

Drevotriestková doska hrúbky 12 mm najvyššie hodnoty kritického napätia v celom rozsahu zvoleného štíhlostného pomeru dosahovala s v prípade hustotného profilu A, nižšie hodnoty  $\sigma_{kr}$  dosahovala DTD s profilom hustoty B a najnižšie s hustotným profilom C. Rozdiel medzi jednotlivými druhmi DTD mierne narastal so zväčšujúcim sa štíhlostným pomerom. Pokles kritického napätia s narastajúcim štíhlostným pomerom bol najmenší u DTD s hustotným profilom A a najvýraznejší s hustotným profilom C. Drevotriestkové dosky s najstrmším hustotným profilom A sa ukázali ako najstabilnejšie. Potvrdzujú to tiež hodnoty konštanty  $C$  v Rankine-Gordonovej rovnici. Konštantu  $C$  predstavuje prevrátenú hodnotu druhej mocniny súčiniteľa vzpernej dĺžky. Čím je hodnota konštanty  $C$  vyššia, tým majú telesa vyššiu tuhosť. Najvyššia hodnota parametra  $C$  sa dosiahla v prípade DTD s hustotným profilom A. Pri kĺbovom uložení koncov prúta bolo  $C = 2,5$  a pri votknutom uložení  $C = 3$ . Pri kĺbovom aj votknutom uložení koncov prúta, v prípade hustotného profilu B bola konštantu  $C = 2$  a v prípade hustotného profilu C konštantu  $C = 1,5$ .

Prúty z DTD o hrúbke 16 mm sa pri zaťažení na vzper správali podobne ako prúty hrúbky 12 mm. Najstabilnejšie sa ukázali opäť prúty s hustotným profilom A a najmenej stabilné s hustotným profilom C. Odrazilo sa to tiež na hodnotách parametra  $C$  v Rankine-Gordonovej rovnici. Najvyššia hodnota parametra  $C$  sa dosiahla v prípade DTD s hustotným profilom A a najnižšia s hustotným profilom C. Pri kĺbovom uložení koncov prúta sa parameter  $C$  menil od 3 do 1,7 a pri votknutom uložení od 3 do 2.

Pre obojstranné kĺbové uloženie prúta z teórie vzperu vyplýva, že konštantu  $C = 1$ . Teda pri výpočtoch sa odporúča brať do úvahy efektívna vzperná dĺžka  $\mu l$  rovnajúca sa dĺžke telesa  $l$ . Keďže vo všetkých prípadoch bolo  $C > 1$ , to svedčí o skutočnosti, že valcový kĺb má väčšiu stabilitu ako je to v prípade bodového kĺbu, s ktorým uvažuje teória vzperu. K podobným záverom prišli tiež HOVORKOVÁ a KÚDELA (2008) a KÚDELA a HOVORKOVÁ (2008). S klesajúcim hustotným profilom sa  $C$  blíži k hodnote 1, to znamená, že sa znižujú rozdiely v správaní sa prúta s bodovými a valcovými kĺbmi.

Na druhej strane pre obojstranne votknuté prúty sa na základe teórie vzperu uvádza konštantu  $C = 4$ , teda pri výpočtoch sa odporúča brať do úvahy efektívnu vzpernú dĺžku  $\mu l$  rovnajúcu sa vzdialenosti  $l/2$ . Táto skutočnosť naznačuje, že stabilita DTD pri votknutí nie je taká veľká ako predpokladá teória vzperu. Na túto skutočnosť už upozornili PINSKI (2000),

KÚDELA a SLANINKA (2002), KÚDELA a HOVORKOVÁ (2008). Potreba korektúry konštanty  $C$  sa dá vysvetliť tým, že v prípade DTD je ťažké dosiahnuť dokonalé votknutie koncov prúta z toho dôvodu, že napäťové charakteristiky pri zaťažení v tlaku kolmo na rovinu dosky sú významne nižšie ako v tlaku v smere roviny dosky. Pri namáhaní telies z DTD dochádza v mieste uchytenia ich koncov zároveň aj k ich stláčaniu kolmo na rovinu dosky. V dôsledku tohto stláčania dochádza k čiastočnému uvoľneniu votknutých častí prúta, čo sa prejaví na znížení jeho stability.

Hodnoty kritického napätia pri rovnakom štíhlostnom pomere vychádzali nižšie v prípade 16 mm hrubých DTD. Nižšie hodnoty kritického napätia sú spôsobené nižšou výslednou priemernou hustotou. Teda na stabilite prútov z DTD zaťažovaných na vzper má významný vplyv tak profil hustoty ako aj celková priemerná hustota týchto dosiek.

## ZÁVER

Z nameraných výsledkov a ich analýzy vyplýva, že kritické napätie DTD sa významne mení so štíhlostným pomerom prútov. S rastúcim štíhlostným pomerom kritické napätie klesá. Táto zmena bola kvalitatívne rovnaká u všetkých DTD s rozdielnymi profilmi hustoty. Na popis tejto závislosti možno vo všetkých prípadoch s dobrou presnosťou aplikovať Rankine-Godonovu rovnicu.

Výsledky ukázali, že hustotný profil DTD má významný vplyv na ich stabilitu pri zaťažení na vzper. Čím bol profil hustoty strmší, tým boli prúty stabilnejšie. Platí to pre celú sledovanú oblasť vzperu ( $\lambda = 11-110$ ).

## LITERATÚRA

- BAHÝL, V. 1992. Analyzátor hustotného profilu aglomerovaných materiálov. In *Drevo*, 47(1): 48–49.
- BODIG, J. – JAYNE, B. A. 1982. *Mechanics of wood and wood composites*. 2. vyd. New York, Cincinnati, Toronto, London, Melbourne, Van Nostrand: Reinhold Company, 712 s. ISBN 0–442–00822–8.
- GERE, J. M. – TIMOSHENKO, S. P. 1984. *Mechanics of materials*. 2. vyd. Boston: Massachusetts: PWS Engineering, 762 s. ISBN 0–534–03099–8.
- HOVORKOVÁ, J. 2009. *Namáhanie vybraných drevených materiálov na vzper*. [Dizertačná práca], Zvolen: Drevárska fakulta Technickej univerzity vo Zvolene, 103 s.
- HOVORKOVÁ, J. – KÚDELA, J. 2008. Namáhanie prútov z drevených materiálov na vzper pri rôznych spôsoboch uloženia ich koncov. In *Acta Facultatis Xylogiae*. 50(1): 35–45.
- KAISER, J. – SLOŽKA, V. – DICKÝ, J. – JURASOV, V. 1990. *Pružnosť a plasticita*. 1. vyd. Bratislava: Alfa, 584 s.
- KÚDELA, J. – HOVORKOVÁ, J. 2007. Stability of columns made of OSB boards loaded in buckling at different moisture contents. In *Ann. WULS, For. and Wood Technol.*, 61: 409–416.
- KÚDELA, J. – HOVORKOVÁ, J. 2008. Influence of selected factors on stability of columns made from particle boards, loaded in buckling. Part 1. Influence of column's slenderness ratio and of the way of setting the column ends. In *Interaction of Wood with Various Forms of Energy*, (Ed. J. Dubovský – J. Kúdela), Zvolen: Technická univerzita vo Zvolene, s. 197–203.
- KÚDELA, J. – ŠTEFKA, V. 2008. Stability of columns made from particle boards with different density profiles. In *Ann. WULS – SGGW, For. and Wood Technol.*, 66: 41–45.
- MADSEN, B. 1992. *Structural behaviour of timber*. 1. vyd. North Vancouver, British Columbia, Canada: Timber Engineering Ltd., 440 s. ISBN 0–9696162–0–1.
- PINSKY, P. 2000. Introduction to buckling, Euler buckling theory, Johnson formula for intermediate columns. [http://www.stanford.edu/class/me111/handouts/lecture\\_13.pdf](http://www.stanford.edu/class/me111/handouts/lecture_13.pdf), citované 25.10.2000.
- PLATH, L. – SCHNITZLER, E. 1974. The density profile, a criterion for evaluating particleboard. *Holz Roh.- Werkstoff*, 32(11): 443–449.

SERVÍT, R. – DOLEŽALOVÁ, E. – CRHA, M. 1981: *Teória pružnosti a plasticity I*. 1. vyd. Praha: SNTL, 456 s. ISBN 80–86119–09–2.

ŠTEFKA, V. 1996: *Profil hustoty a vlastností drevotrieskových dosák*. 1. vyd. Zvolen: Technická univerzita vo Zvolene, 13/96A, 57 s. ISBN 80–228–0580–7.

ŠTEFKA, V. 1998: *Lisovací proces trieskových dosák a prenosové javy*. 1. vyd. Zvolen: Technická univerzita vo Zvolene, 14/98A, 61 s. ISBN 80–228–0813–X.

### **PodĎakovanie**

Tento príspevok vznikol vďaka Vedeckej grantovej agentúre Ministerstva školstva SR a Slovenskej akadémie vied (Grant č. 1/4368/07).

### **Adresa autorov:**

Prof. Ing. Jozef Kúdela, CSc.  
Drevárska fakulta Technickej univerzity vo Zvolene  
Katedra náuky o dreve  
Masarykova 24  
960 53 Zvolen  
kudela@vsld.tuzvo.sk

Prof. Ing. Vilém Štefka, CSc.  
M. R. Štefánika 25  
960 01 Zvolen